

Tema di: SISTEMI ELETTRONICI AUTOMATICI
Testo valevole per i corsi di ordinamento e per i corsi di
progetto "SIRIO" - **Indirizzo Elettronica e Telecomunicazioni**
2001

Il candidato scelga e sviluppi una tra le due tracce proposte:

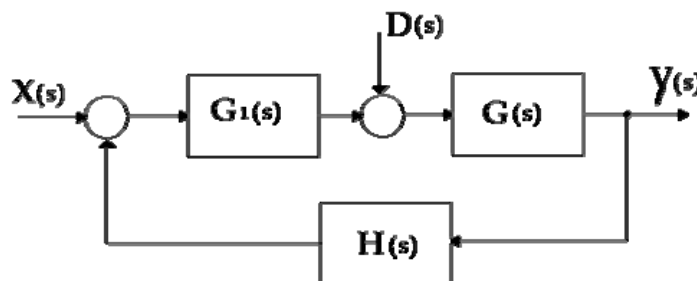
Traccia 1

Dalle misure eseguite con un segnale sinusoidale su di un impianto si è verificato che esso:

1. è soggetto in ingresso ad un disturbo additivo non controllabile;
2. presenta una piccola variazione dei parametri durante il funzionamento;
3. si comporta come un sistema lineare la cui funzione di trasferimento è:

$$G(s) = \frac{200}{s \cdot (s+10) \cdot s+20}$$

Per un corretto funzionamento del sistema si progetta un controllo a retroazione secondo lo schema di figura.



Per attenuare gli effetti sia del disturbo che delle variazioni dei parametri si impongono le seguenti specifiche valide nell'intervallo $0 \leq \omega \leq 10$ rad/s:

1. il rapporto in decibel fra il segnale controllato e il disturbo deve essere **s -20dB**

$$\left[\left| \frac{Y(j\omega)}{D(j\omega)} \right| \right]_{dB} \leq -20 \text{ dB}$$

2. la sensibilità parametrica rispetto alla funzione $|G(j\omega)|$ deve essere **s -10 dB**

$$\left| S_G(j\omega) \right|_{dB} \leq -10 \text{ dB}$$

Il candidato, formulate le ipotesi aggiuntive che ritiene opportuni

A. individui il tipo di sistema;

B. individui, nel diagramma di Bode dell'ampiezza, la regione del piano in cui deve giacere la funzione di trasferimento d'anello aperto affinché siano soddisfatte le specifiche 1 e 2;

C. determini la correzione da apportare affinché:

- la funzione di trasferimento d'anello aperto soddisfi le specifiche 1 e 2,
- il sistema controeazionato sia stabile;

D. progetti una o più reti correttrici da sostituire in cascata al posto del blocco $G_1(s)$, e/o in reazione, al posto del blocco $H(s)$, al fine di stabilizzare il sistema.

1. Per soddisfare la prima specifica, bisogna determinare la funzione di trasferimento del sistema, considerando come ingresso il disturbo $D(s)$ e come uscita $Y(s)$ e ponendo uguale a zero $X(s)$:

$$\frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{G(s)}{1 + H \cdot G(s) \cdot G_1(s)}$$

sostituendo i rispettivi valori si ottiene:

$$\frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{\frac{200}{s \cdot (s+10) \cdot s + 20}}{1 + H \cdot k \cdot \frac{200}{s \cdot (s+10) \cdot s + 20}} = \frac{200}{s \cdot (s+10) \cdot s + 20 + H \cdot k \cdot 200}$$

dove H può essere posto uguale a uno e con k si è indicato il guadagno di $G_1(s)$.

Tale funzione di trasferimento non ha poli e zeri nell'origine, inoltre il suo guadagno statico (valore per $s=0$) vale $1/Hk$, dunque nell'intervallo di interesse esso può essere considerato il valore massimo nel diagramma di Bode del modulo, allora la prima specifica può essere scritta come:

$$20 \cdot \log\left(\frac{1}{k \cdot 1}\right) \leq -20$$

da cui si ricava $k \geq 10$.

2. La sensibilità parametrica rispetto la funzione G , viene espressa dalla relazione:

$$S_G = \frac{1}{1 + H \cdot G(s) \cdot G_1(s)}$$

sostituendo i rispettivi valori si ha:

$$S_G = \frac{1}{1 + H \cdot G(s) \cdot G_1(s)} = \frac{1}{1 + \frac{200}{s \cdot (s+10) \cdot (s+20)} \cdot k} = \frac{s \cdot (s+10) \cdot (s+20)}{s \cdot (s+10) \cdot (s+20) + 200 \cdot k}$$

La funzione di trasferimento ha uno zero nell'origine e altri due zeri in -10 e -20 , presenta inoltre tre poli; si può allora supporre che il valore più elevato nel diagramma di bode del modulo sia assunto in $\omega = 10$ rad/sec.

Passando nel dominio della frequenza la S_G diventa:

$$S_G = \frac{1}{1 + H \cdot G(j\omega) \cdot G_1(j\omega)} = \frac{1}{1 + \frac{200}{j\omega \cdot (j\omega + 10) \cdot (j\omega + 20)} \cdot k} = \frac{j\omega \cdot (j\omega + 10) \cdot (j\omega + 20)}{j\omega \cdot (j\omega + 10) \cdot (j\omega + 20) + 200 \cdot k}$$

per $\omega = 10 \text{ rad/sec}$ si ottiene:

$$S_a = \frac{1}{1 + H \cdot G(j\omega) \cdot G_1(j\omega)} = \frac{j10 \cdot (j10 + 10) \cdot (j10 + 20)}{j10 \cdot (j10 + 10) \cdot (j10 + 20) + 200 \cdot k}$$

la specifica 2 diventa:

$$20 \cdot \log \left(\frac{10 \cdot \sqrt{200} \cdot \sqrt{400}}{\sqrt{1000^2 + (200 \cdot k - 3000)^2}} \right) \leq -10$$

con semplici passaggi si ottiene :

$$\frac{1}{\sqrt{1000000 + (k \cdot 200 - 3000)^2}} \leq 1 \cdot 10^{-4}$$

Tale relazione è verificata per $k \geq 60$, per evitare di rendere il sistema troppo instabili si prende $k = 60$, valore che soddisfa entrambe le condizioni. Per tale valore di K si ottengono i seguenti diagrammi di Bode.

Diagramma di Bode del rapporto segnale rumore

$$\frac{Y(s)}{D(s)} = \frac{200}{s \cdot (s + 10) \cdot s + 20) + 12000}$$

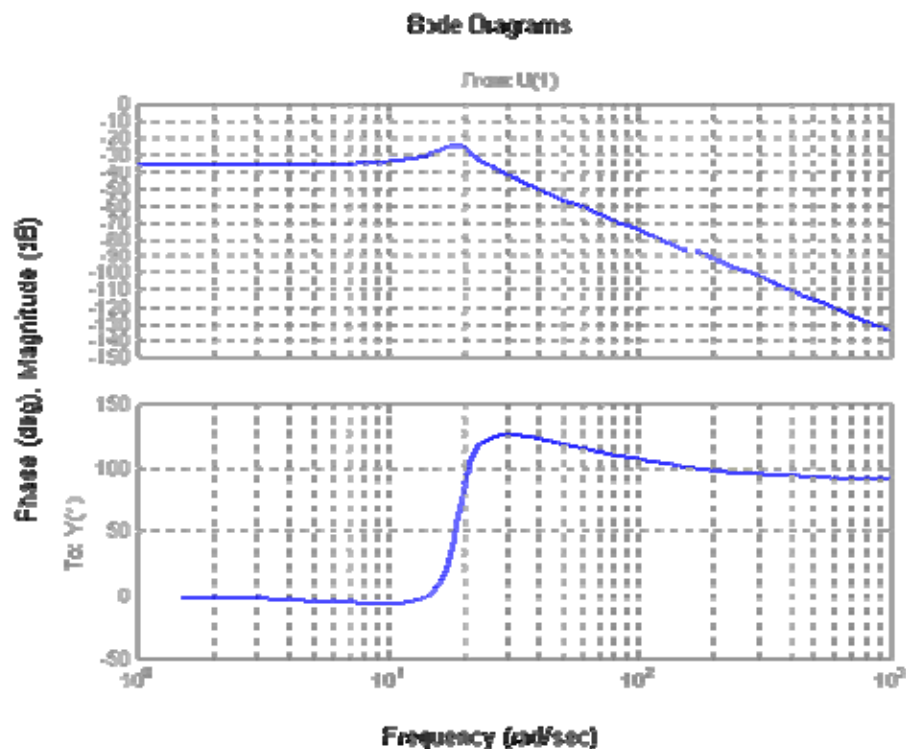
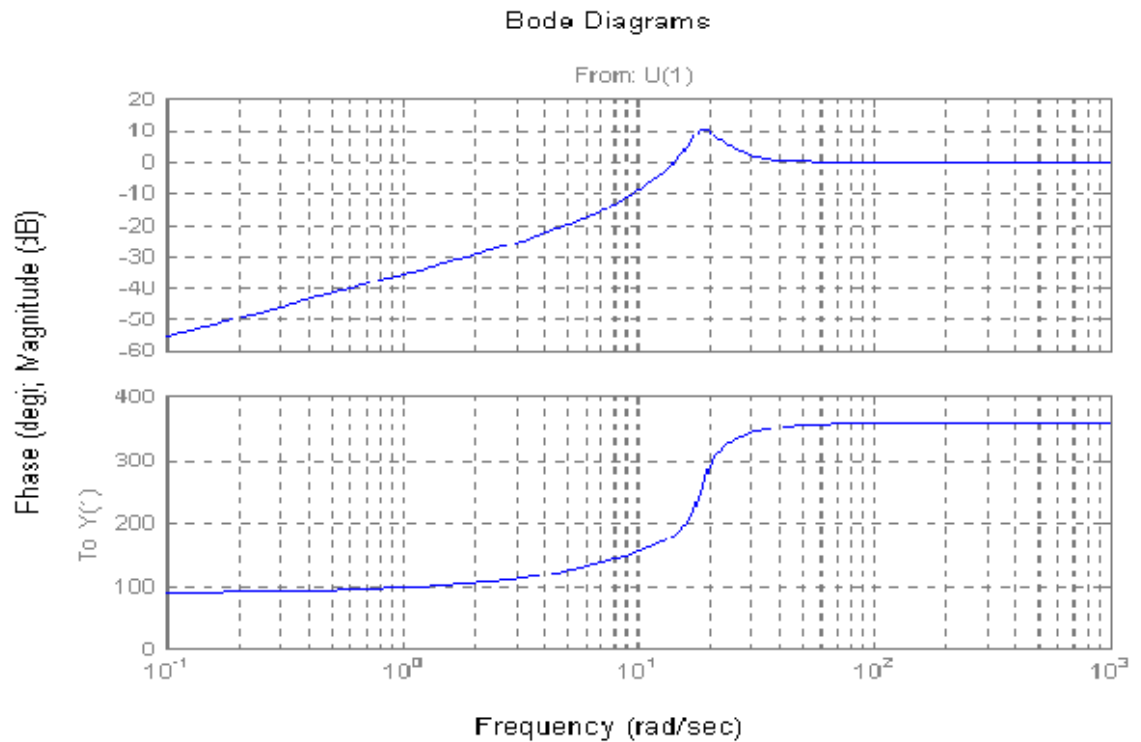


Diagramma di Bode della sensibilità parametrica

$$S_G = \frac{1}{1 + H \cdot G(s) \cdot G_1(s)} = \frac{s \cdot (s+10) \cdot (s+20)}{s \cdot (s+10) \cdot (s+20) + 12000}$$

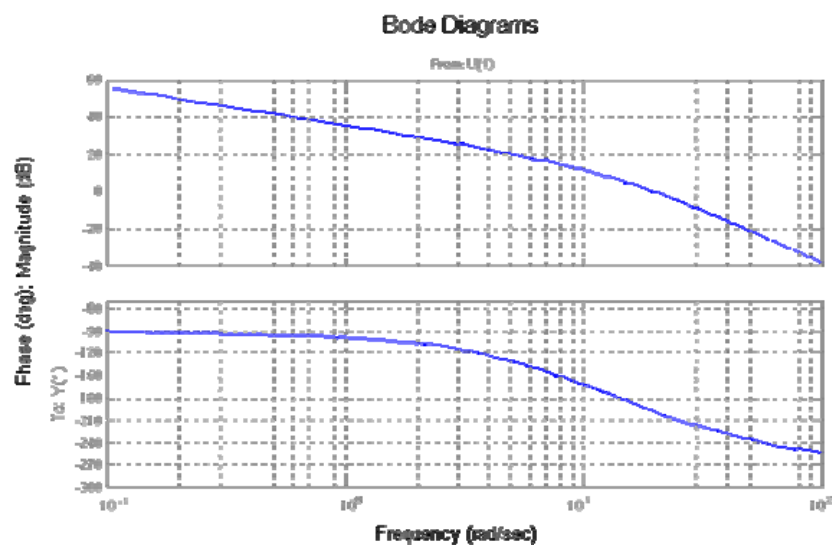


Si nota come entrambe le specifiche sono soddisfatte per l'intervallo richiesto.

- La funzione di trasferimento ad anello aperto vale:

$$G_a(s) = \frac{12000}{s \cdot (s+10) \cdot (s+20)}$$

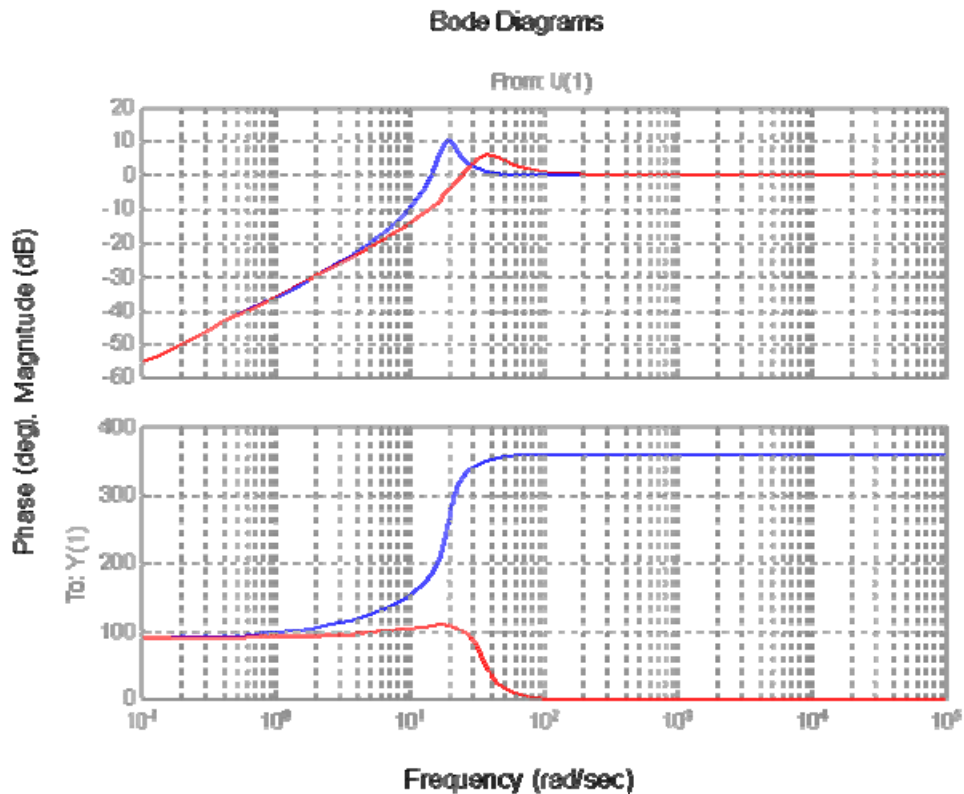
il sistema è di tipo 1, con un polo nell'origine ed ha i seguenti diagrammi di Bode:



Il sistema di controllo è instabile, perché i margini di guadagno e fase sono negativi.

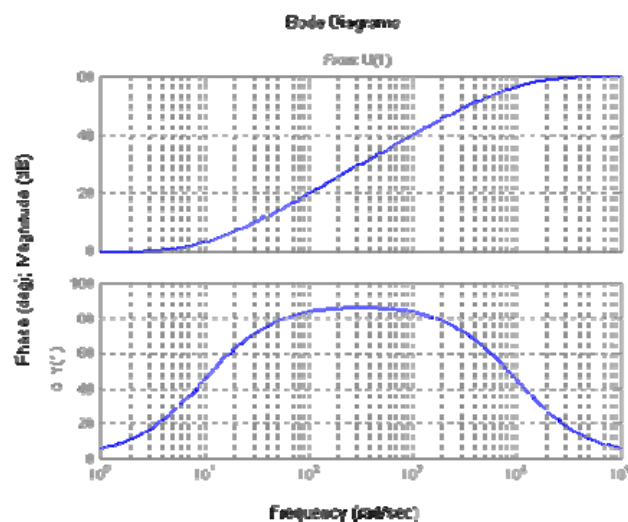
Si decide di stabilizzare il sistema con una rete correttrice anticipatrice in grado di anticipare la fase e quindi stabilizzare il sistema, ma nello stesso tempo di lasciare invariato il diagramma di Bode del modulo nell'intervallo $0 \leq \omega \leq 10$, in modo da non alterare le specifiche iniziali perché lo zero viene posto proprio in $\omega = 10$ rad/sec.

Inoltre la rete anticipatrice velocizza il sistema poiché aumenta la pulsazione di attraversamento o cross - over



$$G_{\text{red}}(s) = 1000 \cdot \frac{s + 10}{s + 10000}$$

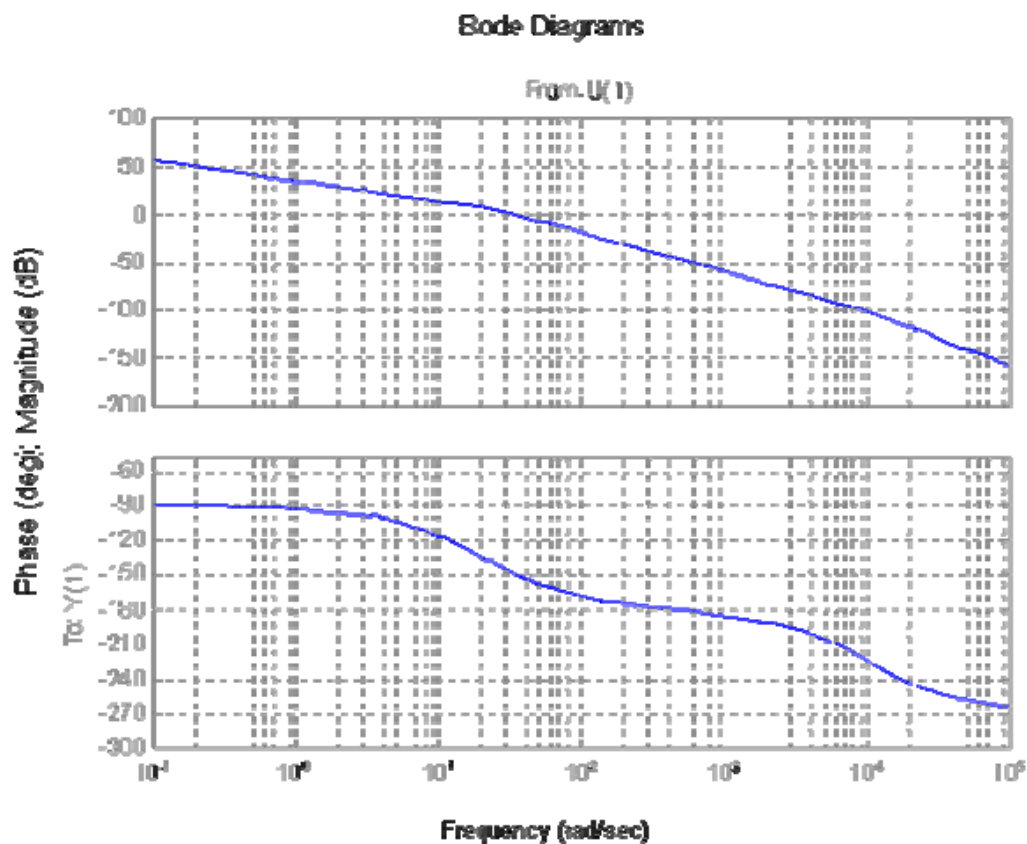
il cui diagramma di bode è:



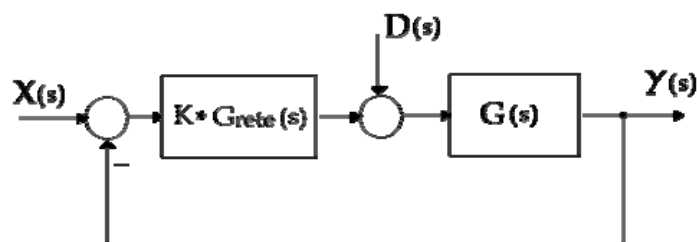
Tale rete inserita in serie alla f.d.t. del sistema da luogo alla f.d.t. ad anello aperto corretta

$$G_{correcta}(s) = 1000 \cdot \frac{s+10}{s+10000} \cdot \frac{1200}{s \cdot (s+10) \cdot (s+20)}$$

il cui diagramma di bode è:



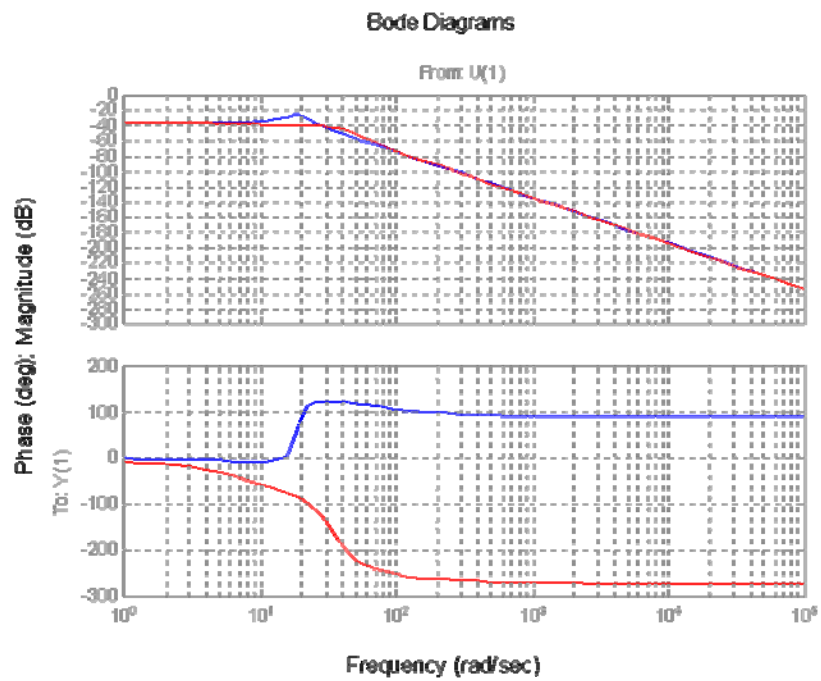
il sistema adesso è stabile essendo i margini di guadagno e di fase positivi.



La rete inserita, consente una buona stabilità e nello stesso tempo non altera il comportamento del sistema nell'intervallo richiesto sia in termini di sensibilità che di rapporto segnale rumore.

Nei grafici seguenti si riporta il confronto tra la situazione iniziale (in blu) e la situazione con l'inserimento della rete anticipatrice (rosso), si può notare come le specifiche iniziali restano soddisfatte anche con l'inserimento della rete

RAPPORTO SEGNALE RUMORE



SENSIBILITÀ PARAMETRICA

